AB2 08.09.10

Nr. 8

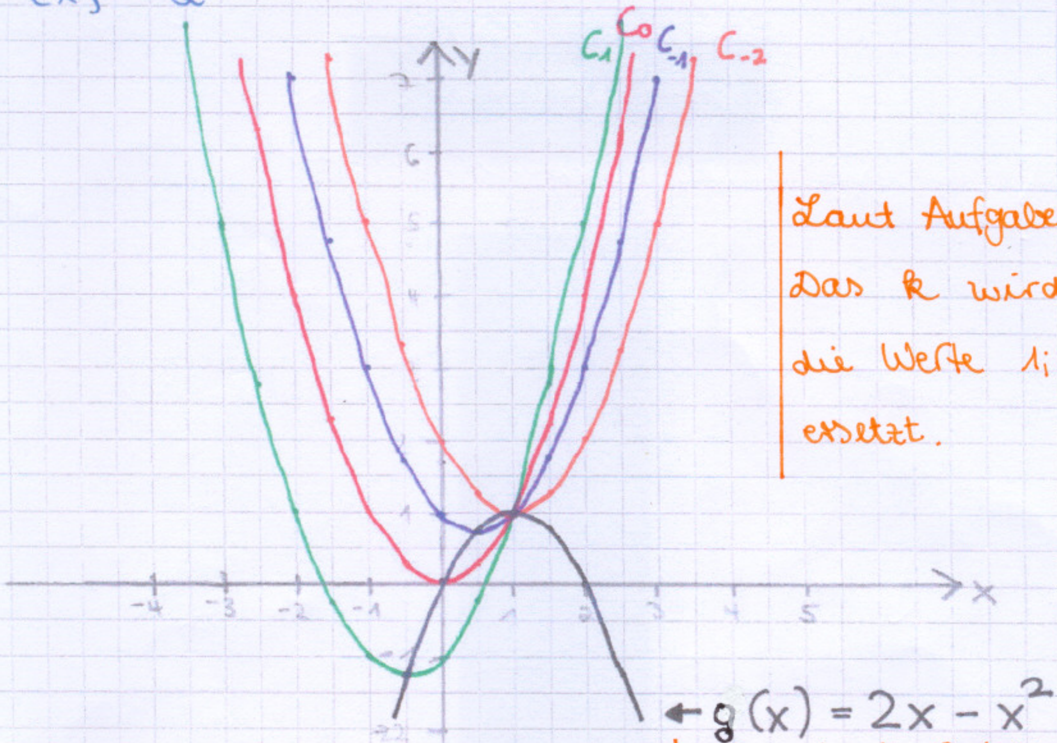
$f_k(x) = x^2 + kx - k$

Das Schaubild von f_k ist C_k

$f'_k(x) = 2x + k$

$f''_k(x) = 2$

a)



Laut Aufgabenstellung: Das k wird durch die Werte 1; 0; -1; -2 ersetzt.

↳ berechnete Ortslinie der Tiefpunkte von C_k

Schnittpunkte von C_k mit der x-Achse

b) Nullstellen: $f_k(x) \overset{!}{=} 0$

$$x = \frac{\sqrt{k} \cdot \sqrt{k+4}}{2} - \frac{k}{2} \quad \text{or} \quad x = \frac{-\sqrt{k} \cdot \sqrt{k+4}}{2} - \frac{k}{2}$$

Für welche Werte von k sind 2 (1; 0) Schnittpunkte vorhanden?

$k < 0$ → keine Nullstelle

$k = 0$ → eine Nullstelle (im Ursprung)

$k > 0$ → zwei Nullstellen

Lösung durch Ausprobieren (TR)

Tiefpunkt von C_k

c) Extremum → Tiefpunkt: $f'_k(x) \overset{!}{=} 0$

$$x = \frac{-k}{2}$$

d) Zeige, dass alle Kurven von C_k durch den Punkt $S(1/1)$ gehen

$$f_k(1) = 1 + k \cdot 1 - k$$
$$= 1 + k - k$$
$$= 1$$

Z: $f_k(1) = 1$ unabhänig von k

unabhänig von Parameter k laufen alle Funktionen durch den Punkt $S(1/1)$

e) $k = 0$ → berührt die x-Achse; ist das Minimum

$k > 0$ → Graphen schneiden die x-Achse

$k < 0$ → Graphen berühren nicht die x-Achse

f) TP(x) maximieren

$$g(x) = 2x - x^2$$
$$g'(x) = 2 - 2x \stackrel{!}{=} 0$$
$$x = 1$$

HP der Ortslinie berechnen, da dieser Punkt das größte Minimum von f_k ist

$$g(1) = 1 \qquad T(1/1)$$

y-Wert des Punktes berechnen

$$f'_k(1) \stackrel{!}{=} 0$$
$$k = -2$$

x-Wert vom TP in 1. Ableitung der Grundfunktion f_k einsetzen und $\stackrel{!}{=} 0$ setzen.

g) <u>Ortslinie</u>

$$f_k(x) = x^2 + kx - k$$
$$f'_k(x) = 2x - k$$

1) $f'_k(x) \stackrel{!}{=} 0$

$$x = \frac{-k}{2}$$

x-Wert des Extremas bestimmen

2) $f_k\left(\frac{-k}{2}\right) = \frac{-k^2}{4} - k$

Tiefpunkt: $\left(\frac{-k}{2} \middle| \frac{-k^2}{4} - k\right)$

y-Wert der Extrema bestimmen durch Einsetzen des x in die Grundfunktion

3) k durch x ersetzen: $k = -2x$

In Funktion einsetzen: $\frac{(2x)^2}{4} + 2x$

$\Rightarrow g(x) = 2x - x^2$ →

Die Funktion der Ortslinie ist berechnet
Siehe Graph zu a)