

Aufgabe 3B

Gegeben sind ein Dreieck ABC mit den Eckpunkten $A(1|2|3)$, $B(-3|5|3)$ und $C(13|5|7)$ und die

$$\text{Gerade } g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 13 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, r \in \mathbb{R}.$$

- a) Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC in der Ebene $E: 3 \cdot x + 4 \cdot y - 12 \cdot z + 25 = 0$ liegt.

Geben Sie die Koordinaten des Punktes an, in dem die Gerade g die Ebene E schneidet.

Berechnen Sie den Winkel, den die Dreiecksseiten AB und AC einschließen.

(8 BE)

- b) Die Gerade i verläuft durch die Punkte A und B.

Zeigen Sie, dass die Geraden g und i windschief zueinander verlaufen.

Bestimmen Sie den Abstand dieser beiden Geraden.

Variiert man die z-Koordinate des Punktes C, so wird der Punkt C entlang der Geraden g verschoben. Dabei entstehen unterschiedlich große Dreiecke. Unter diesen gibt es eines mit minimalem Flächeninhalt.

Erläutern Sie, wie mithilfe des Abstandes der Geraden g zur Geraden i der Flächeninhalt dieses Dreiecks bestimmt werden kann.

(16 BE)