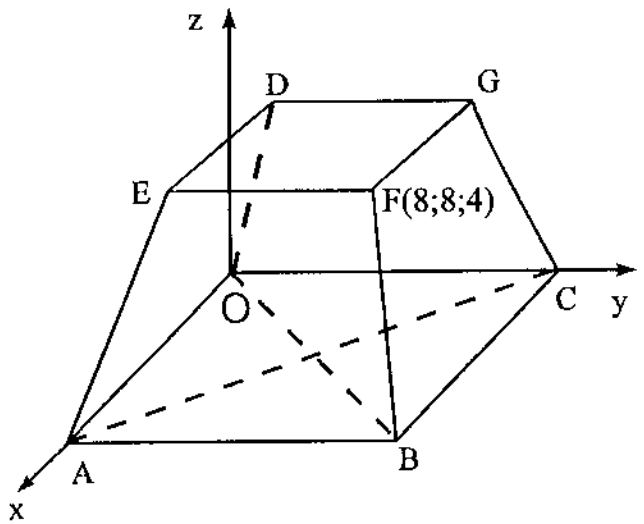
Aufgabe 2.1

Gegeben sei ein gerader Pyramidenstumpf, dessen Grund- und Deckfläche Quadrate mit den Seitenlängen 10 Längeneinheiten (LE) und 6 LE sind. Die Körperhöhe beträgt 4 LE.



(Skizze nicht maßstäblich)

a) Geben Sie die Koordinaten der Eckpunkte des Pyramidenstumpfes an (siehe Skizze)! $\boxed{2\ \text{BE}}$

b) Durch die Punkte A und G verläuft die Gerade g_1 und durch die Punkte C und E die Gerade g_2. Geben Sie je eine Gleichung für g_1 und g_2 an! Berechnen Sie den Schnittpunkt S_1 und den Schnittwinkel der beiden Geraden! $\boxed{6\ \text{BE}}$

c) Durch den Mittelpunkt M der Strecke $\overline{OA}$ geht die Gerade g_3, deren Richtungsvektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ist. Geben Sie eine Gleichung der Geraden g_3 an!
Geben Sie eine Gleichung der Ebene ε an, die die Punkte B, C und F enthält!
Berechnen Sie die Koordinaten des Durchstoßpunktes S_2 der Geraden g_3 mit der Ebene ε!

d) Auf der Kante $\overline{DE}$ liegen zwei Punkte P_1 und P_2 so, daß die Winkel $\sphericalangle AP_1O$ bzw. $\sphericalangle AP_2O$ rechte Winkel sind. Berechnen Sie die Koordinaten von P_1 und P_2!

Lösungen:

a) 0(0/0/0) A(10/0/0) B(10/10/0) C(0/10/0) E(8/2/4) G(2/8/4) D(2/2/4)

b) g1 $\vec{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -8 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}$ g2: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 8 \\ -8 \\ 4 \end{pmatrix}$ S(5/5/2,5) α=38,94°

c) M(5/0/0)

g3: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ Ebene: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} -10 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ S_2(9/8/4)

d) P_1 (5+$\sqrt{5}$/2/4) P_2(5-$\sqrt{5}$/2/4)